



1. DATOS GENERALES			
Nombre de la Unidad de Aprendizaje (UA) o Asignatura			Clave de la UA
Taller de análisis complejo			15954
Modalidad de la UA	Tipo de UA	Área de formación	Valor en créditos
Escolarizada	Taller	Básica Particular	2
UA de pre-requisito		UA simultáneo	UA posteriores
I5951 Análisis Matemático I		I5953 Análisis complejo	Ninguno
Horas totales de teoría		Horas totales de práctica	
0		34	
Licenciatura(s) en que se imparte		Módulo al que pertenece	
Lic. En Matemáticas		Análisis	
Departamento		Academia a la que pertenece	
Matemáticas		Análisis Matemático	
Elaboró		Fecha de elaboración o revisión	
Vladimir Efremov		06/05/2017	
2. DESCRIPCIÓN			
Presentación (propósito y finalidad de la UA o Asignatura)			
<p>El Taller de Análisis Complejo debe cursarse después de haber acreditado Análisis Matemático I, ya que se requieren las bases conceptuales de análisis de una variable real, para asegurar el entendimiento de los conceptos generales de la variable compleja, por parte de los alumnos. Este taller se desarrolla de manera simultánea al curso de Análisis Complejo y está centrado en la actividad del estudiante en la solución de problemas de variable compleja. Asimismo el estudiante deberá aplicar métodos geométricos y topológicos de espacios de baja dimensión, en el Análisis Matemático.</p>			
Relación con el perfil			
Modular		De egreso	
<p>Este taller, como parte del módulo de Análisis, está diseñado para que los alumnos desarrollen la habilidad de diseñar estrategias de solución de problemas de análisis complejo y de otras ramas de las matemáticas.</p> <p>Al terminar el taller, el estudiante comprenderá las diferencias de los métodos del análisis real y análisis complejo, y utilizará métodos de análisis complejo para solucionar algunos problemas de análisis real.</p>		<p>Esta materia contribuye al fortalecimiento de la competencia genérica “Proponer y validar modelos matemáticos de situaciones teóricas y prácticas congruentes con la realidad observada” del perfil de egreso.</p>	

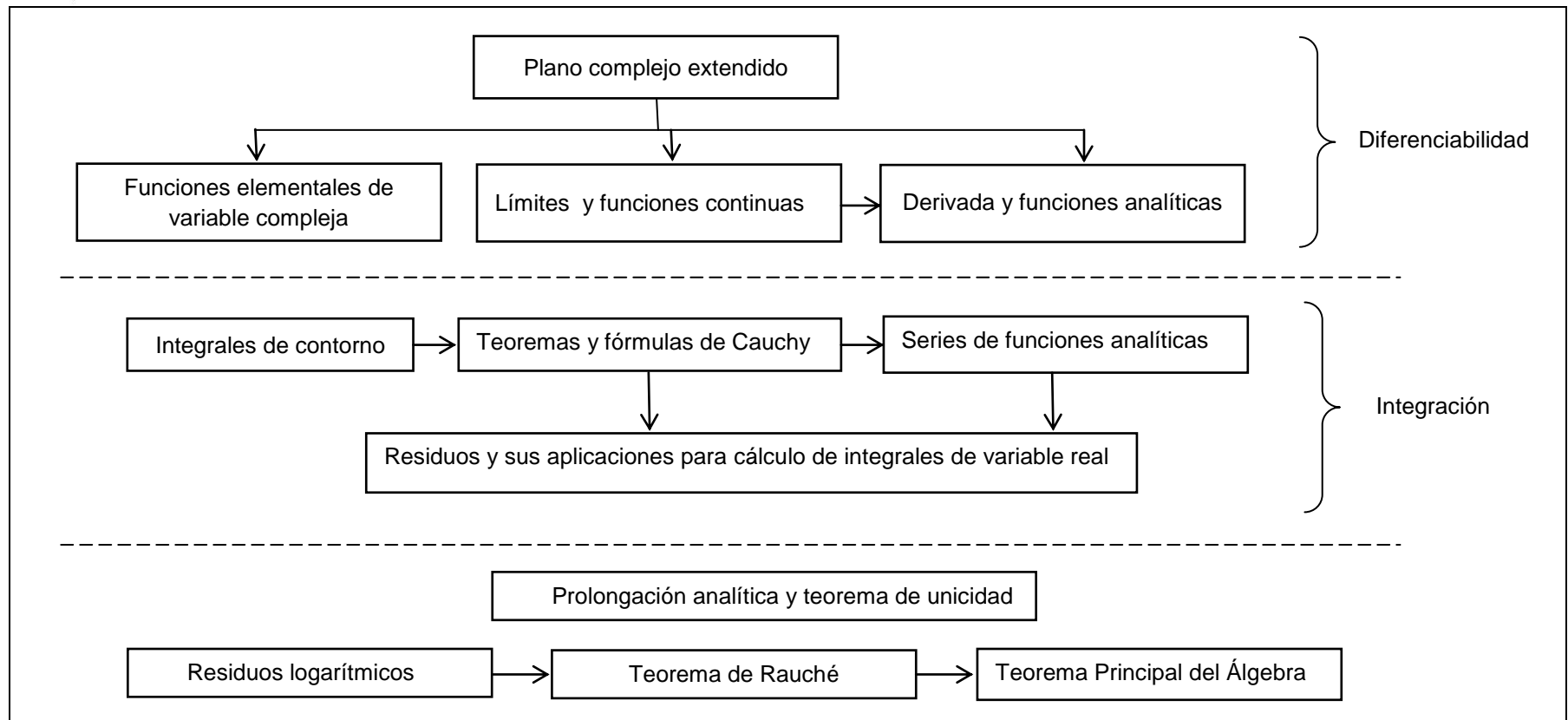


Competencias a desarrollar en la UA o Asignatura		
Transversales	Genéricas	Profesionales
<p>Plantear problemas de la realidad en términos del conocimiento científico disponible para su solución.</p> <p>Plantear problemas de la realidad en términos del conocimiento científico disponible para su solución.</p>	<p>Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares.</p> <p>Entender y reproducir la matemática identificando áreas del conocimiento para desarrollar investigación bajo la orientación de expertos.</p> <p>Proponer y validar modelos matemáticos de situaciones teóricas y prácticas congruentes con la realidad observada.</p> <p>Formular y resolver problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático actual.</p>	<p>Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo</p> <p>Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático.</p>
Tipos de saberes a trabajar		
Saber (conocimientos)	Saber hacer (habilidades)	Saber ser (actitudes y valores)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Plano complejo 2. Funciones elementales de variable compleja 3. Conceptos de límites y funciones continuas 4. Funciones analíticas; 5. Integrales de contorno y teoremas de Cauchy 6. Series de funciones analíticas 7. Residuos y sus aplicaciones para cálculo de 	<p>Identificar los dominios de analiticidad de las funciones compuestas.</p> <p>Aplicar los conceptos de integral de contorno y la teoría de residuos para el cálculo de integrales definidas (propias e impropias) de una variable real y de una variable compleja.</p> <p>Resolver problemas de representación de funciones analíticas con puntos singulares aislados a través de series de potencias.</p> <p>Construir superficies de Riemann para diferentes funciones multivaluadas, sobre la base del concepto de prolongación analítica a través de frontera.</p> <p>Aplicar el concepto de residuo logarítmico en la</p>	<p>Identificar y organizar la información que se requiere para resolver un problema</p> <p>Establecer metas en común para organizar el trabajo en equipo</p> <p>Presentar sus trabajos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo</p>



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

integrales de variable real 8. Prolongación analítica 9. Residuos logarítmicos, teorema de Rauche y Teorema Principal del Álgebra	solución de problemas algebraicos relacionados con el Teorema Principal de Álgebra.	
Producto Integrador Final de la UA o Asignatura		
<p>Título del Producto: Portafolio de evidencias</p> <p>Objetivo: Organizar los problemas resueltos durante el taller, como evidencia del aprendizaje obtenido.</p> <p>Descripción: Realizar una compilación de todos los problemas resueltos durante el taller, con las debidas modificaciones, agrupados de acuerdo a algún criterio determinado, como los conceptos centrales o los métodos de solución empleados.</p>		
3. ORGANIZADOR GRÁFICO DE LOS CONTENIDOS DE LA UA o ASIGNATURA		



4. SECUENCIA DEL CURSO POR UNIDADES TEMÁTICAS		
Unidad temática 1: Plano complejo (4 hrs)		
<p>Objetivo de la unidad temática: Identificar el plano complejo extendido con la esfera de Riemann por medio de la proyección estereográfica.</p> <p>Introducción: En esta unidad se parte de los conceptos básicos sobre el campo de los números complejos, abordados en cursos anteriores, para compararlos con los conceptos básicos del campo de los números reales. Se pone el énfasis en las representaciones trigonométrica y exponencial de los números complejos para definir apropiadamente las funciones de variable compleja.</p>		
Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<ol style="list-style-type: none"> 1. Los números complejos, el plano complejo abierto, el plano complejo extendido 2. Álgebra de números complejos 3. Proyección estereográfica y topología de plano complejo 4. Representación trigonométrica de los números complejos. Ramas de argumento de un número complejo. 5. Forma exponencial de la representación de los números complejos. Potencias y raíces. 6. Conjugación compleja 	<p>Describir el concepto de plano complejo abierto y plano complejo extendido.</p> <p>Analizar las diferencias, ventajas y desventajas de diferentes representaciones de números complejos.</p> <p>Definir potencias y raíces de números complejos, sobre la base de las representaciones exponencial y trigonométrica.</p> <p>Comprender la importancia de la conjugación compleja como nueva operación, la cual no existe en análisis real, y que define sobre el plano complejo una nueva estructura a saber estructura compleja.</p>	<p>Bitácora de aprendizaje: Fecha, tema y objetivo de la clase, comentarios acerca de las estrategias de solución de los problemas abordados y/o sobre los conceptos teóricos involucrados (actividad metacognitiva).</p>
---	--	---

Unidad temática 2: Funciones elementales de variable compleja (4 hrs)

Objetivo de la unidad temática: Analizar y describir las diferencias entre definiciones de las funciones elementales de variable real y de variable compleja.

Introducción: Para el estudio del análisis complejo, es de suma importancia establecer los criterios para definir los análogos complejos de las funciones elementales de variable real, de tal manera que sea posible afirmar que se trata de una misma función de variable real, prolongada al plano complejo. Uno de estos criterios se basa en definir las funciones correspondientes en variable compleja, de aquellas funciones elementales que se estudiaron en los cursos de análisis real, es decir, se definen las funciones de una variable compleja z , que se reducen a las funciones elementales de variable real cuando $z = x + i0$. Otro criterio consiste en la conservación de las propiedades determinantes de las funciones de variable real, en el análisis complejo.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
<ol style="list-style-type: none"> 1. Función exponencial 2. Funciones trigonométricas e hiperbólicas complejas 3. La función logaritmo y las funciones de potencia 4. Ramas de las funciones multivaluadas 5. Aplicaciones (mapeos) y transformaciones de planos complejos 	<p>Establecer los criterios para definir los análogos complejos de las funciones elementales de variable real</p> <p>De acuerdo con estos criterios definir las funciones elementales de variable compleja e investigar sus propiedades principales.</p> <p>Utilizar la función logaritmo como ejemplo para realizar la construcción adecuada de las funciones multivaluadas.</p> <p>Describir diferentes acercamientos a la definición</p>	<p>Reporte por escrito sobre los problemas resueltos en clase, con un apartado de conclusiones personales acerca del tema (competencia comunicativa).</p>



	correcta de las funciones multivaluadas. Describir dos posibles interpretaciones de las funciones de variable compleja, a saber, como aplicaciones de un plano complejo a otro y como transformaciones de un solo plano complejo.	
--	--	--

Unidad temática 3: Conceptos de límites y funciones continuas (2 hrs)

Objetivos de la unidad temática. Presentar el concepto de límite, desde el cual comienza el análisis como tal, y con base en este concepto definir la continuidad de las funciones como una noción básica del análisis complejo

Introducción. En esta unidad se comienza al definir los conceptos de límite y funciones continuas, según Cauchy, es decir en términos ϵ - δ , para después formular y demostrar las propiedades más importantes de ambos conceptos. Además se define el concepto de continuidad uniforme y se formulan tres teoremas acerca de las funciones continuas los cuales deberán ser demostrados por los estudiantes.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
1. Límites de sucesiones y funciones 2. Concepto de límite en el plano complejo extendido 3. Continuidad de las funciones 4. Continuidad uniforme (primera tarea teórica)	Describir los conceptos de límite y función continua. Subrayar las analogías de estos conceptos con respecto al análisis real y notar las diferencias. Describir el concepto de límite en el plano complejo extendido. Definir el concepto de la continuidad uniforme y acentuar la importancia de este último en el caso de variable compleja.	Bitácora de aprendizaje: Fecha, tema y objetivo de la clase, comentarios acerca de las estrategias de solución de los problemas abordados y/o sobre los conceptos teóricos involucrados (actividad metacognitiva).

Unidad temática 4: Funciones analíticas (4 hrs)

Objetivo de la unidad temática. Introducir las funciones analíticas, que están jugando un papel central en el análisis complejo

Introducción. A partir del concepto de límite, se desarrolla la teoría de derivación para las funciones de una variable compleja. A continuación se aborda el concepto de diferenciabilidad, para construir el concepto de analitismo y posteriormente formular y demostrar el criterio de Cauchy para las funciones analíticas. Finalmente se procede a demostrar las propiedades más importantes de las funciones analíticas

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
1. Diferenciabilidad y analitismo 2. Teoremas de Cauchy (directo e inverso) 3. Propiedades de las funciones analíticas 4. Regla de cadena y el teorema de la función inversa	Describir las diferencias de los conceptos de diferenciabilidad y analitismo. Demostrar los teoremas de Cauchy subrayando la importancia de las ecuaciones de Cauchy-	Bitácora de aprendizaje: Fecha, tema y objetivo de la clase, comentarios acerca de las estrategias de solución de los problemas abordados y/o sobre los conceptos teóricos involucrados (actividad metacognitiva).



<p>5. Dominios de analiticidad de funciones elementales y compuestas.</p>	<p>Riemann.</p> <p>Proporcionar otra forma de las ecuaciones de Cauchy-Riemann de la cual está claro, que una función analítica depende solo de variable z pero no depende de \bar{z} conjugada.</p> <p>Demostrar las propiedades más importantes de las funciones analíticas, especialmente la regla de cadena y el teorema de la función inversa.</p> <p>Investigar los dominios de analiticidad de las funciones elementales y compuestas tenía en la perspectiva la construcción de superficies de Riemann para las funciones multivaluadas.</p>	
---	--	--

Unidad temática 5: Integrales de contorno y teoremas de Cauchy (4 hrs)

Objetivo de la unidad temática. Definir las integrales de contornos (uno-dimensionales) como el concepto básico, no solo para desarrollo teórico del análisis complejo, sino también para las aplicaciones en diferentes áreas de las matemáticas

Introducción. A partir de la noción de contorno, considerado como una curva suave a trozos, es posible definir el concepto de la integral de contorno. Los conceptos básicos de esta unidad son los de función primitiva, integrales definidas e indefinidas, mediante los cuales se puede formular y demostrar unos de los principales teoremas del análisis complejo: el teorema de Cauchy. A partir de este último, se demuestran las fórmulas integrales de Cauchy para funciones analíticas y todas sus derivadas. Finalmente, con la demostración de algunos teoremas (tales como principio del módulo máximo y teorema de Morera) los cuales carecen de análogos en análisis real, queda de manifiesto la diferencia entre los conceptos de función analítica en el análisis complejo y el análisis real.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
<ol style="list-style-type: none"> 1. Concepto de contorno 2. Definición de integrales de contorno 3. Teorema de Cauchy para los dominios simplemente conexos 4. Teorema de Cauchy para los dominios múltiplemente conexos 5. Primitivas e integrales indefinidas 6. Fórmula integral de Cauchy 7. Derivadas de las funciones analíticas (fórmulas de Cauchy para las derivadas) 8. Teorema de Morera y el principio del módulo máximo. 	<p>Formar el concepto de contorno y estudiar las propiedades básicas de los contornos que nos permiten definir las integrales sobre este conjunto de curvas.</p> <p>Estudiar diferentes definiciones de integrales de contorno.</p> <p>Demostrar el teorema de Cauchy para dominios simplemente conexos y múltiplemente conexos.</p> <p>En la base del teorema de Cauchy formar el conceptos de primitiva e integral indefinida.</p> <p>Demostrar las fórmulas integral de Cauchy para una función analítica y todas sus derivadas. En esta manera demostrar que para una función</p>	<p>Bitácora de aprendizaje: Fecha, tema y objetivo de la clase, comentarios acerca de las estrategias de solución de los problemas abordados y/o sobre los conceptos teóricos involucrados (actividad metacognitiva).</p>



	<p>analítica existen las derivadas de todos los órdenes.</p> <p>Para ampliar el conocimiento de la esencia de las funciones analíticas demostrar dos teoremas: teorema de Morera y el principio del módulo máximo.</p>	
--	--	--

Unidad temática 6: Series de funciones analíticas (5 hrs)

Objetivo de la unidad temática. Definir las series de potencias (de Taylor y Laurent) y desarrollar la clasificación de los puntos singulares aislados para las funciones analíticas

Introducción: Considerar la teoría de series de potencias para las funciones analíticas y demostrar los teoremas principales de Taylor y Laurent, los cuales fijan las condiciones para el desarrollo las funciones de variable compleja en las series correspondientes. En la base del teorema de Laurent construir una clasificación de los puntos singulares aislados de una función analítica

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
<ol style="list-style-type: none"> 1. Serie de potencias y teorema de Taylor 2. Círculo de convergencia. Convergencia absoluta. Teorema de Abel 3. Convergencia uniforme (segunda tarea teórica) 4. Definición y dominio de convergencia de las series de Laurent 5. Serie de Laurent. Teorema de Laurent. 6. Clasificación de puntos singulares aislados de funciones analíticas. 7. Teorema de Weierstrass 8. Ejemplos de puntos singulares aislados de tipos diferentes 	<p>Reconocer el teorema Taylor de desarrollo de una función analítica en serie de potencias y demostrar por medio del teorema de Abel que el dominio de convergencia de cualquiera serie de Taylor es un círculo.</p> <p>Definir la noción de convergencia uniforme e investigar sus propiedades principales.</p> <p>Demostrar el teorema de Laurent y usar lo para clasificación de puntos singulares aislados.</p> <p>Reconocer propiedades de tres tipos de puntos singulares aislados (demostrar los teoremas correspondientes).</p>	<p>Reporte por escrito sobre los problemas resueltos en clase, con un apartado de conclusiones personales acerca del tema.</p>

Unidad temática 7: Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real (6 hrs)

Objetivo de la unidad temática. Definir e investigar el concepto de residuo para las funciones



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

Introducción: En la base del teorema de Laurent desarrollar la teoría de residuos. Demostrar el Teorema Principal de Residuos que permite obtener unos métodos bastante poderosos de cálculo de las integrales diferentes tipos tanto en análisis real como en el análisis complejo. En particular, obtener el lema de Jordan que permite demostrar las propiedades básicas de las integrales utilizadas en transformaciones de Laplace

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
1. Concepto de residuo. Cálculo de residuos en polos de órdenes diferentes 2. Teorema principal de residuos 3. Concepto de residuo en el punto infinito 4. Aplicación de residuos al cálculo de integrales definidas 5. Cálculo de integrales de funciones racionales de funciones trigonométricas 6. Cálculo de integrales impropias del tipo $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$. 7. Cálculo de integrales del tipo Jordán 8. Cálculo de integrales de funciones que tienen singularidades sobre el eje real 9. Cálculo de integrales impropias en el caso de las funciones multivaluadas.	Estudiar los métodos de cálculo de tres tipos de integrales definidas de variable real con aplicación de teoría de residuos Reconocer el método de aplicación del Teorema de Jordan. Aplicar los métodos de teoría de residuos al cálculo de integrales de funciones que tienen singularidades sobre el eje real y de integrales impropias en el caso de las funciones multivaluadas.	Reporte por escrito sobre los problemas resueltos en clase, con un apartado de conclusiones personales acerca del tema.

Unidad temática 8: Prolongación analítica (2 hrs)

Objetivo de la unidad temática. Formular los principios básicos para la prolongación analítica y demostrar el teorema de unicidad

Introducción: En esta unidad se abordan diferentes métodos de prolongación analítica y la construcción de las superficies de Riemann para las funciones analíticas multivaluadas. Se aborda el caso particular de prolongación analítica a través de frontera. Demostramos unicidad de la prolongación analítica bajo las condiciones bastante generales.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
1. Teorema de unicidad y sus consecuencias 2. Prolongación analítica en el caso de la función multivaluada 3. Prolongación analítica a través de frontera 4. Construcción de superficies de Riemann para funciones multivaluadas	Reconocer el teorema de unicidad y sus consecuencias para aplicación de los métodos de teoría de residuos. Aplicar el teorema de unicidad para el caso de funciones multivaluadas. Reconocer el método de prolongación analítica a través de frontera como el camino de construir superficies de Riemann para funciones	Reporte por escrito sobre los problemas resueltos en clase, con un apartado de conclusiones personales acerca del tema.



	multivaluadas	
--	---------------	--

Unidad temática 9: Residuos logarítmicos, teorema de Rauché y Teorema Principal del Álgebra (3 hrs)

Objetivo de la unidad temática. En la base de la teoría de residuos logarítmicos demostrar el teorema principal de álgebra

Introducción: Desarrollamos la parte específica de la teoría de residuos basada en el concepto de residuo logarítmico. Con ayuda del Principio del argumento y teorema de Rouché (demostrados en esta parte del curso) hemos podido demostrar el teorema principal de álgebra, como una de las más importantes aplicaciones de la teoría de residuos.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
1. Concepto de residuo logarítmico 2. El número de ceros y polos. Cálculo de residuos logarítmicos 3. Principio del argumento 4. Teorema de Rouché 5. Teorema principal de álgebra	Reconocer el concepto de residuo logarítmico en los puntos y respecto a un contorno cerrado. Aplicar el teorema principal de residuos para calcular el residuo logarítmico de una función respecto a un contorno cerrado. Aplicar el principio de argumento para demostrar el teorema de Rouché. Demostrar el teorema principal de álgebra aplicando el teorema de Rouché.	Reporte por escrito sobre los problemas resueltos en clase, con un apartado de conclusiones personales acerca del tema.

5. EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

Requerimientos de acreditación:

Para que el alumno tenga derecho al registro del resultado final de la evaluación en el periodo ordinario el alumno debe tener un mínimo de asistencia del 80% a clases y actividades registradas durante el curso.

Criterios generales de evaluación:

A lo largo de la UA se trabajará en la resolución de los problemas proporcionados por el profesor, en reportes por escrito de las actividades en clase y las tareas correspondientes. En cada caso se evaluará que tanto los resultados como el procedimiento desarrollado sean adecuados, además del uso correcto del lenguaje matemático y una secuencia lógica. El resultado final de las evaluaciones será expresado como acreditado (A) o no acreditado (NA), conforme al artículo 5 del Reglamento de Evaluación y Promoción de alumnos,

Evidencias o Productos

Evidencia o producto	Competencias y saberes involucrados	Contenidos temáticos	Ponderación
----------------------	-------------------------------------	----------------------	-------------



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

1 examen parcial práctico	<p>Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo</p> <p>Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático.</p> <p>Formular y resolver problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático actual.</p> <p>Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares.</p>	<p>1. Plano complejo. 2. Funciones elementales de variable compleja 3. Conceptos de límites y funciones continuas 4. Funciones analíticas</p>	24%
1 examen parcial práctico	<p>Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo</p> <p>Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático.</p> <p>Formular y resolver problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático actual.</p> <p>Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares.</p>	<p>5. Integrales de contorno y teoremas de Cauchy 6. Series de funciones analíticas 7. Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real</p>	24%
1 examen parcial práctico	<p>Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo</p> <p>Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático.</p> <p>Formular y resolver problemas de la ciencia y la</p>	<p>8. Prolongación analítica 9. Residuos logarítmicos, teorema de Rauché y Teorema Principal del Álgebra</p>	24%



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

	<p>tecnología en términos del lenguaje matemático actual.</p> <p>Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares.</p>		
Tareas prácticas	<p>Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo</p> <p>Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático.</p>	Todas las unidades del taller	5%
Participación en clase	<p>Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares.</p> <p>Plantear problemas de la realidad en términos del conocimiento científico disponible para su solución.</p>	Todo el taller	5%

Producto final

Descripción	Evaluación	Ponderación
Examen escrito práctico	<p>Formulaciones y demostraciones adecuadas.</p> <p>Uso correcto del lenguaje matemático y una secuencia lógica.</p> <p>Aplicación de método de cálculo adecuado</p>	18%

Otros criterios

Criterio	Descripción	Ponderación
Participación en clase	Solución de problemas	5 %

6. REFERENCIAS Y APOYOS

Referencias bibliográficas

Referencias básicas



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

Autor (Apellido, Nombre)	Año	Título	Editorial	Enlace o biblioteca virtual donde esté disponible (en su caso)
J.W. Braun, R.V. Churchil	2004	Variable compleja y aplicaciones	McGRAW-HILL,	
J.E. Marsden, M.J.Hoffman	2008	Análisis básico de variable compleja	Editorial Trillas	
Referencias complementarias				
M.R.Spiegel, S. Lipschutz, J.J.Shiller, D. Spellman	2011	Variable compleja	McGRAW-HILL	
M. Krasnov, A Kiselev, G. Makárenko	1983	Funciones de variable compleja. Calculo operacional. Teoría de Estabilidad	Editorial Mir	
Apoyos (videos, presentaciones, bibliografía recomendada para el estudiante)				