



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías
 División de Ciencias Básicas
 Departamento de Matemáticas

1. INFORMACIÓN DEL CURSO:

Nombre: CÁLCULO AVANZADO		Número de créditos: 9 (nueve)	Clave en SIAU: (MT113)	
Licenciatura(s) donde se imparte: Mecánica Eléctrica, Civil...	Horas teoría: 2	Horas práctica: 3	Total de horas por semestre: 65	
Tipo: Curso-Taller	Prerrequisitos: Cálculo Diferencial e integral (MT110)	Nivel: Tercer semestre		

2. DESCRIPCIÓN

Objetivo General:

El alumno será capaz de aplicar los teoremas y definiciones fundamentales al derivar e integrar funciones de varias variables y campos vectoriales y aplicar estos conocimientos en aplicaciones de las ciencias exactas e ingeniería.

2. CONTENIDO TEMÁTICO

Unidad 1: FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES (4 hrs).				
Objetivos específicos:				
El alumno:				
1.1 Dibujará los trazos que configuran las superficies planas, cuadráticas y cilíndricas.				
1.2 Representará la gráfica de una función de dos variables.				
1.3 Determinará el dominio de funciones de dos y tres variables, la representará de forma gráfica y simbólica.				
1.4 Dibujará las curvas y superficies de nivel de una función de dos y tres variables respectivamente.				
1.5 Utilizará las tic's para representar funciones de dos variables.				
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
0.0 Gráficas en el plano xy	(5 hrs.)	✓ Da un repaso de gráficas de la recta, parábola, circunferencia,	✓ Construye los trazos que configuran la gráfica completa	✓ Analizará la superficie de una
0.1 Gráficas en el espacio				

1.1 Funciones reales de varias variables 1.2 Descripción geométrica de funciones de varias variables 1.3 Dominio 1.4 Curvas y Superficies de nivel	(2 hrs.) (3 hrs.) (1 hrs.) (2 hrs.)	<p>elipse, hipérbola y sus desplazamientos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Expone la notación de una función de dos y tres variables. ✓ Expone cómo realizar los trazos para dibujar planos, superficies cuadráticas y cilíndricas. ✓ Introduce a los alumnos a la utilización de las apps de los móviles. 	<p>de la superficie.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Sugiere desplazamiento de la superficie. ✓ Distingue, simplifica y dibuja la superficie dada la función de dos variables. ✓ Resuelve 10 ejercicios de tarea. ✓ Utiliza sus Tic's para visualizar trazos en planos paralelos y gráficas en 3D. ✓ Obtiene y comparte apps de gráficas en 2D y 3D de su móvil. ✓ Investiga problemas de aplicación que involucren curvas y superficies de nivel. 	<p>función de dos variables y la representa gráficamente.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Determinará el dominio de una función de dos y tres variables. ✓ Dibujará las curvas y superficies de nivel de nivel.
---	--	---	---	--

Unidad 2: LÍMITES, DIFERENCIACIÓN, DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR (13 hrs.)

Objetivos específicos:

El alumno

- 2.1 Investigará y reconocerá el concepto de límite y continuidad de una función de dos variables.
- 2.2 Interpretará geoméricamente el concepto de derivada parcial de funciones de dos variables.
- 2.3 Calculará derivadas de orden superior.
- 2.4 Utilizará la diferencial total en problemas de aplicación.
- 2.5 Utilizará la regla de la cadena para funciones de varias variables.
- 2.6 Calculará derivadas parciales de funciones implícitas.
- 2.7 Utilizará el gradiente el gradiente de una función de n variables en aplicaciones.
- 2.8 Utilizará la derivada direccional de funciones de dos y tres variables en aplicaciones.
- 2.9 Determinará ecuaciones de planos tangentes y rectas normales a superficies.

Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
2.1 Límites y continuidad	(1 hr.)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Retroalimenta el concepto de límite y continuidad de una función de dos variables. ✓ Expone el concepto geométrico de las derivadas parciales de funciones de dos variables. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Investiga el concepto de límite y continuidad de una función de dos variables. ✓ Reporta por escrito los conceptos de límite y continuidad. 	
2.2 Derivadas parciales.	(2 hrs.)			
2.3 Derivadas de orden superior	(1 hr.)			
2.4 Diferencial total.	(2 hrs.)			
2.5 Funciones compuestas,	(2 hrs.)			

regla de la cadena	(1 hr.) (2 hrs.)	✓ Muestra los diferentes tipos de notación de las derivadas parciales de orden superior.	✓ Resuelve al menos 10 ejercicios de tarea de cada subtema.
2.6 Derivada Implícita	(1 hr.)	✓ Resuelve ejercicios de las derivadas parciales.	
2.7 El vector gradiente y sus propiedades	(1 hrs.)	✓ Describe el concepto geométrico de incremento y diferencial de funciones de dos variables.	
2.8 Derivada direccional	(0 hrs.)	✓ Resuelve ejemplos de diferencial total para funciones de n variables.	
2.9 El plano tangente y rectas normales		✓ Describe el concepto de derivada implícita y resuelve ejercicios.	
2.10 Series de Taylor		✓ Expone el concepto de gradiente y sus propiedades y resuelve ejemplos.	
		✓ Describe el concepto geométrico de derivada direccional y resuelve ejemplos.	
		✓ Expone el concepto geométrico del plano tangente y rectas normales y resuelve ejercicios.	

Unidad 3: MÁXIMOS Y MÍNIMOS, MULTIPLICADORES DE LAGRANGE (6 hrs.)

Objetivos específicos:

El Alumno:

3.1 Calculará los extremos absolutos y relativos de una función de dos variables y utilizará el criterio de las segundas derivadas.

3.2 Resolverá problemas de optimización con funciones de dos variables.

3.3 Aplicará el Método Multiplicadores de Lagrange para resolver problemas de optimización con restricciones.

Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar	
3.1 Máximos y mínimos locales. Caracterización de extremos locales por medio de las derivadas parciales	(3 hrs.)	✓ Expone los conceptos de extremos (MAX-MIN) absolutos y relativos para funciones de dos variables así como el de punto crítico y la relación entre ambos. ✓ Expone el criterio de las segundas derivadas parciales como método para encontrar extremos en	✓ Utiliza sus Tic's para visualizar extremos locales.	✓ Reconocerá el concepto extremos locales de funciones de dos variables.	
3.2 Extremos de funciones sujetas a restricciones.	(1 hr.)		✓ Resuelve 12 ejercicios de tarea.	✓ Investiga problemas de aplicación que involucren extremos locales.	✓ Identificará el proceso para encontrar extremos locales.
3.3 Multiplicadores de Lagrange	(2 hrs.)		✓ Investiga problemas de	✓ Reconocerá el	

		<p>funciones de dos variables. y resuelve ejercicios.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Resuelve ejercicios de máximos y mínimos locales. ✓ Expone el Método Multiplicadores de Lagrange y los conceptos de función objetivo y función restricción o ligadura. Resuelve ejercicios. ✓ Expone el concepto de funciones sujetas a restricciones en funciones de dos variables. ✓ Expone ejemplos de multiplicadores de Lagrange para encontrar extremos de funciones sujetas a una restricción. 	<p>aplicación que involucren maximizar o minimizar con restricciones.</p>	<p>concepto de funciones sujetas a restricciones en funciones de dos variables.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificará el proceso de multiplicadores de Lagrange para encontrar extremos de funciones sujetas a una restricción.
--	--	--	---	--

Unidad 4: INTEGRALES MÚLTIPLES (26 hrs.)

Objetivos específicos:

El Alumno:

- ✓ Utilizará el teorema fundamental del cálculo como herramienta para evaluar integrales iteradas, formulará y resolverá integrales definidas herramienta que le servirá para calcular problemas de aplicación de áreas de regiones definidas .
- ✓ Aplicará los conceptos de Integración verticalmente y horizontalmente simple (Teorema de Fubini) para hallar el área de una región plana y aplicará el cambio de orden de integración.
- ✓ Utilizará los conceptos de integral doble y de volumen en problemas de aplicación.
- ✓ Aplicará el cambio de sistema coordenado de forma rectangular $[f(x,y)]$ a forma polar $[f(r,\theta)]$ útil en problemas de aplicación a la ingeniería.
- ✓ Utilizará una integral triple para calcular el volumen de una región sólida en coordenadas rectangulares.
- ✓ Calculará el centro de masa y los momentos de inercia de una región sólida
- ✓ Expresará y evaluará una integral triple en coordenadas cilíndricas $f(r,\theta,z)$
- ✓ Expresará y evaluará una integral triple en coordenadas esféricas $f(\rho, \theta, \phi)$.
- ✓ Formulará y resolverá integrales definidas.

4.2 Aplicará los conceptos de Integración verticalmente y horizontalmente simple (Teorema de Fubini) para hallar el área de una región plana y aplicará el cambio de orden de integración.

Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
------------------------------------	----------------	--------------------------	------------------------	----------------------------

4.1 Integrales iteradas	(1 hrs.)	✓ Expone los elementos que conforman una integral iterada y cómo definirla (evaluarla) para obtener el área bajo la curva de la función.	✓ Resuelve ejercicios de integrales iteradas, las evalúa para obtener el área de una región dada.	<p>Utilizar el cálculo de integrales definidas para calcular áreas de regiones definidas en las aplicaciones de Ingeniería.</p> <p>Utilizar el cálculo de integrales triples en el cálculo de volúmenes, centros de masa, momento de inercia en las aplicaciones de la Ingeniería.</p> <p>Seleccionar el sistema de coordenadas más idóneo en el cálculo de integrales iteradas para resolver problemas de aplicación de la Ingeniería.</p>
4.2 Integrales sobre regiones planas: Cálculo de área y cambio de orden de integración	(3 hrs.)	✓ Realiza ejercicios de ejemplo en el aula, y deja tarea 10 ejercicios al menos de este subtema y de los siguientes.	✓ Identifica el orden de integración al calcular integrales dobles.	
4.3 Integrales dobles: Cálculo de volumen, centro de masa y momento de inercia.	(3 hrs.)	✓ Expone los conceptos de Integración Verticalmente Simple (IVS) e Integración Horizontalmente Simple (IHS) (Teorema de Fubini) y el de cambio de orden de integración.	✓ Esboza la Gráfica en el plano xy de la región de integración, apoyándose en las TIC	
4.4 Integrales dobles en coordenadas polares	(5 hrs.)	✓ Explica el cambio de sistema coordenado de rectangular a polar.	✓ Determina el orden de integración más conveniente para calcular el área entre dos curvas.	
4.5 Integrales triples en coordenadas rectangulares	(1 hrs.)	✓ Presenta como convertir una función en coordenadas rectangulares a coordenadas polares.	✓ Cambia o define el orden de integración y calcula con el que resulte más sencillo.	
4.6 Cálculo de volumen, centro de masa y momento de inercia.	(1 hrs.)	✓ Ilustra cómo construir gráficas en coordenadas polares.	✓ Calcula el volumen de una región sólida con integrales dobles, esbozando primero la gráfica de la superficie y la región del plano xy sobre la cual se integrará.	
4.7 Integrales triples en coordenadas cilíndricas	(3 hrs.)	✓ Expone cómo aproximar el volumen de una región sólida por la suma de Riemann de los volúmenes de n prismas.	✓ Reconoce las gráficas en coordenadas polares.	
4.8 Integrales triples en coordenadas esféricas	(3 hrs.)	✓ Realiza ejercicios de aplicación para encontrar volúmenes de regiones sólidas (en cada subtema).	✓ Calcula área de una región plana que está descrita como ecuación polar.	
		✓ Explica el procedimiento para definir una integral	✓ Calcula el área de una región plana que está descrita como ecuación rectangular y debe convertirla a ecuación polares.	
			✓ Cambia las integrales de	

		<p>triple, análogo al utilizado para integrales dobles</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Presenta como convertir una función en coordenadas rectangulares a coordenadas cilíndricas y viceversa. ✓ Explica cómo convertir una función en coordenadas rectangulares a coordenadas Esféricas y viceversa. 	<p>sistema de coordenadas rectangulares a coordenadas polares.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Identifica el orden de integración al calcular integrales triples. ✓ Elige el plano en el que proyectará el sólido para determinar el orden de integración más conveniente al plantear la integral triple en coordenadas rectangulares. ✓ Plantea integrales en coordenadas cilíndricas y las calcula. ✓ Cambia integral de sistema de coordenadas rectangulares a coordenadas cilíndricas. ✓ Plantea integrales triples en coordenadas esféricas y las calcula: <ul style="list-style-type: none"> a) cuando las ecuaciones estén en coordenadas esféricas. b) cuando las ecuaciones estén en sistema de coordenadas rectangulares y debe pasarlas a coordenadas esféricas. ✓ Cambia integral de sistema de coordenadas cilíndricas a coordenadas esféricas. 	
Unidad 5: CURVAS EN EL ESPACIO Y FUNCIONES VECTORIALES (2 hrs.)				
Objetivos específicos: El Alumno: 5.1 Definirá funciones vectoriales en el plano y en el espacio.				

5.2 Representará funciones vectoriales en el plano y en el espacio para estudiar el movimiento de un objeto. 5.3 Analizará la continuidad y evaluará el límite de funciones vectoriales 5.4 Aplicará las propiedades de la derivada en funciones vectoriales				
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
5.1 Definición de funciones vectoriales 5.2 Gráficas de funciones vectoriales 5.3 Límites y continuidad de funciones vectoriales 5.4 Derivadas e integrales de funciones vectoriales	(0.5 hr.) (1 hr.) (0.5 hr.) (0.5 hr.)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Introduce el concepto de función vectorial ✓ analizará y bosquejará curvas en el plano y en el espacio ✓ Extiende el concepto de límite y continuidad de funciones vectoriales ✓ Presenta cómo derivar e integrar funciones vectoriales 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Determina el dominio de funciones vectoriales ✓ Analiza la continuidad y evalúa el límite de funciones vectoriales ✓ Representa curvas planas y en el espacio de funciones vectoriales ✓ Utiliza las tic's para representar gráficamente funciones vectoriales 	
Unidad 6: CAMPOS VECTORIALES (4 hrs.)				
Objetivos específicos: El Alumno: 6.1 Trazará los vectores de un campo vectorial. 6.2 Aplicará teoremas que definen si un campo vectorial es conservativo. 6.3 Aplicará la definición de divergencia y rotacional en campos vectoriales.				
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
6.1 Campos vectoriales 6.2 Campos conservativos y Función potencial 6.3 Rotacional y divergencia	(1 hr.) (1 hr.) (2 hr.)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ilustra cómo dibujar un campo vectorial ✓ Muestra teoremas para determinar si un campo vectorial es conservativo y lo asocia al gradiente. ✓ Define y muestra cómo calcular una función potencial de un campo vectorial. ✓ Expone el concepto de rotacional y divergencia, ✓ Muestra ejemplos de cálculo del 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Asocia campos vectoriales con sus gráficas. ✓ Dibuja vectores representativos de un campo vectorial. ✓ Determina si un campo vectorial es conservativo y calcula una función potencial para él. ✓ Calcula el rotacional de un campo vectorial. ✓ Diferencia un campo 	

		rotacional y divergencia.	conservativo del que no lo es. ✓ Utiliza las tic's para representar el rotacional y divergencia de un campo vectorial.	
--	--	---------------------------	---	--

Unidad 7: VECTOR TANGENTE Y NORMAL, LONGITUD DE ARCO (2 hrs.)

Objetivos específicos:

7.1 Aplicará el concepto de vector tangente unitario.

7.2 Aplicará de los conceptos vector tangente normal.

7.3 Calculará la longitud de curvas en el espacio.

Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
7.1 Vector tangente unitario 7.2 Vector normal 7.3 Longitud de arco	(0.5 hr.) (0.5 hr.) (1 hr.)	✓ Expone los conceptos de vectores tangente unitario y normal. ✓ Ilustra como calcular la longitud de arco de curvas en el espacio.	✓ Reconoce los conceptos de vector tangente unitario y normal. ✓ Investiga la relación de los conceptos vector tangente unitario y normal con alguna aplicación. ✓ Resuelve ejercicios para dibujar la curva en el espacio y hallar su longitud	

Unidad 8: INTEGRALES DE LINEA (8 hrs.)

Objetivos específicos:

8.1 Analizará la parametrización de curvas suaves.

8.2 Determinará y calculará la integral de línea a lo largo de una trayectoria dada en campos escalares.

8.3 Determinará y calculará la integral de línea a lo largo de una trayectoria dada en campos vectoriales.

8.4 Determinará el trabajo realizado por una fuerza.

8.5

8.6

8.7

8.8

Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
8.1 Curva suave y ecuaciones		✓ Explica el concepto de curva	Calcula la parametrización de	

paramétricas	(2 hrs.)	<p>suave y ecuaciones paramétricas.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Ilustra la forma en que se parametriza curvas planas y en el espacio. ✓ Expresa y evalúa ejemplos de integrales de línea de campos escalar y vectorial. ✓ Aplica la integral de línea para encontrar el trabajo realizado por una fuerza. <p>Fco. Glez Piña</p>	<p>curvas suaves.</p> <p>Evalúa integrales de línea a lo largo de una trayectoria dada en campos escalares y vectoriales.</p> <p>Calcula el trabajo realizado por una fuerza.</p>	
8.2 Integrales de línea de campos escalares	(2 hrs.)			
8.3 Integrales de línea de campos vectoriales	(0.5 hr.) (0.5 hr.)			
8.4 Trabajo				
8.5 Problemas de aplicación	(1 hr.)			
8.6 Integrales de línea en forma diferencial	(0.5 hr.)			
8.7 Integrales de línea independiente del camino	(0.5 hr.)			
8.8 Teorema fundamental de las integrales de línea	(1 hr.)			
8.9 Problemas de aplicación				

Unidad 9: TEOREMA DE GREEN (2 hrs.) **NOTA: Temas del cap. 9 al 13 ya no logramos cubrirlos**

Objetivos específicos:

9.1				
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
9.1 Teorema de Green y sus aplicaciones	(2 hrs.)			

Unidad 10: INTEGRALES DE SUPERFICIE (2 hrs.)

Objetivos específicos:

10.1				
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
10.1 Integrales de Superficie	(2 hrs.)			

11. INTEGRALES DE FLUJO (2 hrs.)

Objetivos específicos:

11.1				
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
11.1 Integrales de flujo	(2 hrs.)			

Unidad 12: TEOREMA DE LA DIVERGENCIA (2 hrs.)				
Objetivos específicos:				
12.1				
12.2				
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
12.1 Verificación del Teorema	(1 hr.)			
12.2 Teorema de la divergencia	(1 hr.)			
Unidad 13: TEOREMA DE STOKES (2 hrs.)				
Objetivos específicos:				
13.1				
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
13.1 Teorema de Stokes y sus aplicaciones	(2 hrs.)			

4. BIBLIOGRAFÍA.			
Básica			
Título	Autor(es)	Editorial, fecha	Año de la edición más reciente
Cálculo II: Volumen 2	Larson, Hostetler, Edwards	Cengage Learning	10ma. Edición, 2016
Calculo II	Stewart	Cengage Learning	7ma. Edición, 2013
Cálculo, varias variables	Thomas	Pearson	13va. Edición, 2015
Complementaria			

5. MODALIDADES DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE

- Exposición didáctica por parte del docente.
- Participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas, ejercicios, temas e investigaciones en el salón de clase.
- Investigación de temas y resolución por parte de los estudiantes de ejercicios, problemas, demostraciones, de manera individual o colectiva fuera del aula.
- Aplicación de exámenes sin previo aviso, con carácter de examen diagnóstico.
- Utilización de TIC's: Maxima, GeoGebra, Matlab, Winplot, Scientific Word, Wolfram, Graphmatica, Graphic Calculus.
- Lectura de bibliografía en inglés.
- Consulta de videos tutoriales en youtube.

6. Modalidad de evaluación

Instrumento	Criterios de calidad	Ponderación
Trabajo personal (tareas, lecturas,	Autenticidad en su desarrollo, uso correcto del lenguaje matemático y enmienda de errores.	
Exámenes de control	Autenticidad en las respuestas, rigor en la teoría y uso correcto del lenguaje matemático.	
Participación en clase	Participación activa e interés de las intervenciones.	
Actividades complementarias		
Otras...		
Examen final	Autenticidad en las respuestas, rigor en la teoría y uso correcto del lenguaje matemático	

Autores de la modificación y actualización del programa de la Asignatura

Academia:

Nombre de los docentes (con firma al calce):

Fecha de la modificación y actualización: **Julio 2016**